



සිද්ධාන්තමය ගැටළු

(01) පහත වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

- (i) අරය ඒකක 3 ක්ද, (2, 2) හා (5, -1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ,
- (ii) (3, 0), (4, 2), (0, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ,
- (iii) (2, -2), (-3, 3), (5, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ,

(02) පහත වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

- (i) (1, -2) හා (-3, 4) ලක්ෂ්‍යය විෂ්කම්භයක අන්ත දෙක වශයෙන් ඇති
- (ii) (1, 1) හා (-4, -2) ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාව විෂ්කම්භය ලෙස ඇති

(03) (i) කේන්ද්‍රය (0, 0) වූ අරය ඒකක 5 ක් වූ වෘත්තයේ සමීකරණය ලියන්න. එහි පරිධිය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය කීපයක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(ii) කේන්ද්‍රය (2, -3) වූ අරය ඒකක 5 ක් වූ වෘත්තයේ සමීකරණය ලියන්න. එහි පරිධිය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය කීපයක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(iii) පහත දැක්වෙන එක් එක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සහ අරය සොයන්න.

- (a)  $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 11 = 0$                       (b)  $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 11 = 0$
- (c)  $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 131 = 0$                       (d)  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$

- (iv) (a) (1, 2), (2, 1), (0, 0)
- (b) (2, 3), (3, 2), (5, 1) යන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සහ අරයද සොයන්න.

(v) (2, -3) සහ (0, 4) යනු, විෂ්කම්භයක අන්ත දෙක නම් එම වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සහ අරයද සොයන්න.

(vi) රූපයක් නොඇඳ (-1, 2) (0, 0), (3, -4) ලක්ෂ්‍යය පිහිටන්නේ  $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 5 = 0$  වෘත්තයෙන් පිටතද, පරිධිය මතද වෘත්තය ඇතුළතදැයි සොයන්න.

(04) (i) (7, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා  $x^2 + y^2 = 25$  වෘත්තයට ඇඳී ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය සොයා ස්පර්ශකවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(ii) (5, 8) ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$  වෘත්තයට ඇඳී ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යාය කවරේද?

(iii) (5, 8) ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඉහත වෘත්තයට ඇඳී ස්පර්ශකයේ දිග කොපමණද?

(05)  $(a \cos \theta, a \sin \theta)$  ලක්ෂ්‍යයෙහිදී  $x^2 + y^2 = a^2$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

$x^2 - y^2 = 0$  රේඛා වලින් මේ ස්පර්ශකයෙන් ජේදනය වන කොටසේ දිග  $\pm 2a \sec 2\theta$  බව පෙන්වන්න.

(06) (i)  $(a, b), (a, 0), (0, b)$  ලක්ෂ්‍යයන් හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii)  $(a, 0), (0, b), [(a+b), (a+b)]$  හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(07)  $x+y-4=0, 2x-y+4=0, 5x-3y+1=0$  රේඛා පාද ලෙස ඇති ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(08)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$  වෘත්තය හා  $3x - 4y + 2 = 0$  සරල රේඛාව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.

(09)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$  වෘත්තය හා  $8x - 6y + 5 = 0$  සරල රේඛාව ජේදනය වන බව පෙන්වන්න.

(10)  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$  වෘත්තය හා  $6x + 8y - 13 = 0$  සරල රේඛාව ස්පර්ශ හෝ ජේදනය වන බව පෙන්වන්න.

(11)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$  වෘත්තය හා  $4x + 3y + 7 = 0$  රේඛාව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(12)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 13 = 0$  හා  $x - y + 5 = 0$  ජේදනය වන බව පෙන්වා ජේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(13)  $x^2 + y^2 - 2kx - 2ky + k^2 = 0$  වෘත්තය ඛණ්ඩාංක අක්ෂ ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

(14) (i)  $x^2 + y^2 = 9$  වෘත්තය සහ  $y = \sqrt{3}x + k$  සරල රේඛාව ස්පර්ශ වේ නම්  $k$  සොයන්න.

(ii)  $x^2 + y^2 = 4$  වෘත්තයත්  $y = mx + 6$  සරල රේඛාවත් හමුනොවීම පිණිස  $m$  ට තිබිය හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

(iii)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$  වෘත්තය හා  $3x + 4y + 7 = 0$  සරල රේඛාව ජේදනය වේද? එසේ වේ නම් ජේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iv)  $(3, 2)$  හරහා යමින්  $(1, 1)$  ලක්ෂ්‍යයේදී  $2x + 3y = 5$  රේඛාව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

- (15) (i)  $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$  හා  $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x + 6y + k = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත බාහිරව ස්පර්ශ වේ නම්  $k$  සොයන්න.
- (ii)  $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$  හා  $S_2 \equiv 5x^2 + 5y^2 - 4x - 8y - 16 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා, ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය හරහා ඇදී පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (iii)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්තය අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරමින්,  $3x - 4y - 2 = 0$  සරල රේඛාව මත කේන්ද්‍ර පිහිටනා අරය 2 ක් වූ වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.
- (16) (i)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$  වෘත්ත බාහිරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 12 = 0$  වෘත්ත බාහිරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.
- (17) (i)  $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 4x - 6xy + 9 = 0$  වෘත්ත අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$  වෘත්ත අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.
- (18)  $x^2 + y^2 + 2g, x + 2f_1y + c_1 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  වෘත්ත ස්පර්ශ වීමට අවශ්‍යතාවය සොයන්න.
- (19) (i)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$  ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 2z = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$  ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.
- (20) (i)  $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$  හා  $S_2 \equiv 5x^2 + 5y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා, ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇදී පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 - 9 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත දෙක ඡේදනය වන බව පෙන්වා ඒවායේ පොදු ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.
- (21)  $p, q$  නියත වල සියළු අගය සඳහා  $(x - a)(x - a + p) + (y - b)(y - b + q) = r^2$  වෘත්තය  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන බව සාධනය කරන්න.  
 $x^2 + y^2 + 2y = 3$  වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන්නා වූ ද මූල ලක්ෂ්‍යයේදී  $x - y = 0$  රේඛාව ස්පර්ශ කරන්නා වූද වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(22) පහත සඳහන් වෘත්ත තුනෙන් සෑම එකක් ම අනෙක් වෘත්ත දෙක ස්පර්ශ කරන බැව් පෙන්වන්න.  
 (i)  $x^2 + y^2 = 1$       (ii)  $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$       (iii)  $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$   
 ස්පර්ශ ලක්ෂණය හරහා අදින ලද පොදු ස්පර්ශක තුනේ සමීකරණ සොයා එම ස්පර්ශක තුන එක ලක්ෂණය වන්නේය යන්න සත්‍ය විය යුතු බව පෙන්වන්න. දෙන ලද වෘත්ත තුන ප්‍රමුඛ ලෙස කපන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(23)  $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 3 = 0$  වෘත්තයට මූල ලක්ෂණයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(24) පහත ලක්ෂණයන් වෘත්තය ඇතුලතද, මතද, පිටතද පිහිටන බව සොයන්න.  
 $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 8 = 0$  අනුබද්ධයෙන්,  
 (i) (2, 1)      (ii) (3, 5)      (iii) (4, 2)

(25) (i) (-3, 2) ලක්ෂණයේ සිට  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිශ සොයන්න.  
 (ii) (1, 1) ලක්ෂණයේ සිට  $2x^2 + xy^2 - 3x + y - 1 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිශ සොයන්න.

(26) (2, 3) ලක්ෂණයේ සිට  $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 21 = 0$  හා  $3x^2 + 3y^2 - x - 2y + 1 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල දිශ අතර අනුපාතය සොයන්න.

(27) (i)  $p = (4, -1)$  ලක්ෂණය  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$  වෘත්තය මත පිහිටා ඇති බව පෙන්වන්න.  $p$  හරහා වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය  
 (ii)  $p = (-2, -3)$  ලක්ෂණය හරහා  $x^2 + y^2 = 9$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල සමීකරණය  
 (iii)  $p = (-3, 1)$  ලක්ෂණය  $x = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$  වෘත්තය මත පිහිටන බැව් පෙන්වන්න.  $p$  හරහා  $s$  ට ඇඳි අභිරුමිතයේ සමීකරණ සොයන්න.

(28) (i)  $3y - 4x = 0$  රේඛාවට සමාන්තරව හා ලම්භකව  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක සොයන්න.  
 (ii)  $y = x$  රේඛාවට සමාන්තරව  $x^2 + y^2 - 3x + y - 1 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක දෙක සොයන්න.

(29) (i) අරය ඒකක 2 ක් වූ  $s$  වෘත්තයක්  $ox$  අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර, එහි කේන්ද්‍රය  $4x + y + 14 = 0$  සරල රේඛාව මත පිහිටා ඇත.  $s$  සඳහා පිහිටීමේ 2 ක් ඇති බව පෙන්වා, එම වෘත්ත දෙකේ සමීකරණ සොයන්න.  
 (ii) (11, -2) ලක්ෂණයේ සිට  $x^2 + y^2 = 25$  වෘත්තයට ඇඳි ලැබූ ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(30) (i)  $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  වෘත්ත ප්‍රමුඛව ජේදනය වීමට අවශ්‍යතාවය සොයන්න.

(ii)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$  වෘත්තයන් ප්‍රමුඛව ජේදනය වන බව පෙන්වන්න.

(31) (i)  $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$  හා  $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  වෘත්ත ප්‍රමුඛව ජේදනය වේ නම්  $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$  බව පෙන්වන්න.

(ii)  $S_1 = x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$  හා  $S_2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$  වෘත්ත එකිනෙක ප්‍රමුඛව ජේදනය කරන්නා වූ මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නාවූත්, වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(iii) A හා B යනු පිළිවෙලින්  $S_1 = x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$  හා  $S_2 = x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$  වෘත්තවල කේන්ද්‍ර වේ. AB රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටියාවූත්, දෙනලද වෘත්ත දෙක ප්‍රමුඛව ජේදනය කරන්නාවූත් වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(iv)  $S_1 = x^2 + y^2 - 6x = 0$  වෘත්තය ඛාහිරව ස්පර්ශ කරමින්,  $S_2 = x^2 + y^2 + 4x - 8y + 8 = 0$  ප්‍රමුඛව ජේදනය කරන කේන්ද්‍රය OX අක්ෂය මත ඇති S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(32) (i)  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 23 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$  වෘත්ත අතර ජේදනය කෝණය සොයන්න.

(ii)  $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 22 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$  වෘත්ත අතර ජේදනය කෝණය සොයන්න.

(33)  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 3x + 5y = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 4x + 5y - 1 = 0$  වෘත්ත සියල්ලටම ප්‍රමුඛව වෘත්තය සොයන්න.

(34)  $y = 1$  රේඛාව ස්පර්ශ කරමින්  $x^2 + y^2 = 3$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$  වෘත්ත ප්‍රමුඛව ජේදනය කරන වෘත්ත 2 ක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(35)  $x^2 + y^2 - x + 3y + 1 = 0$  වෘත්තය ප්‍රමුඛව ජේදනය කරමින්,  $x + 2y + 1 = 0$  සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරන මූල ලක්ෂ්‍යය තුළින් යන වෘත්ත 2 ක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණය සොයන්න.

(36) (i)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$  වෘත්තය මත (2, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී අඳින ස්පර්ශකයේ සමීකරණය,

(ii)  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 = 0$  වෘත්තය මත (-1, 2) දී අඳින ස්පර්ශකයේ සමීකරණය

(37) (i)  $S_1 = x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$  හා  $S_2 = 5x^2 + 5y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත දෙක අන්තර්තරව ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා, ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii)  $x^2 + y^2 - 9 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්ත ජ්‍යාමිතිය වන බව පෙන්වා දීමට පොදු ජ්‍යාමිතිය සමීකරණය සොයන්න.

(38) පහත වෘත්ත ස්පර්ශ වන ආකාරය සොයා, පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(i)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$

(ii)  $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$

(39)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 4 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 4 = 0$  වෘත්ත ජ්‍යාමිතිය හෝ ස්පර්ශ නොවන බව පෙන්වා දීමට තීරණය පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(40)  $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 25 = 0$  වෘත්තයන්ට වන සරල පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(41) (i)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$  වෘත්තයට P (1, -2) ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් ඇතිවන ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය සමීකරණ සොයන්න.

(ii) P (-3, 3) අනුබද්ධයෙන්  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$  වෘත්තයේ ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය සමීකරණය සොයන්න.

(42) ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතියේ සමීකරණ සොයන්න.

(i)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  හි (4, -1) ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන්

(ii)  $x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$  හි (5, 2) අනුබද්ධයෙන්

(43)  $x^2 + y^2 - 36 = 0$  වෘත්තය හා  $5x + 3y - 15 = 0$  රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යවලදී ඇඳි ස්පර්ශකවල ජ්‍යාමිතිය සොයන්න.

(44)  $x^2 + y^2 - 3x - 5y - 1 = 0$  වෘත්තය මත පිහිටි P හා Q ලක්ෂ්‍යවලදී කැපෙන සේ (1, -2) සිට විචලන රේඛාවක් ඇඳ තිබේ. P හා Q හි දී ඇඳි ස්පර්ශක R වලදී හමුවේ. R හි පථය සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

(45) (i) P නම් විචලන ලක්ෂ්‍යයක් සිට  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 6$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය හැමවිටම (-3, 3) ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්, P හි පථය සොයන්න.

(ii) P විචලන ලක්ෂ්‍යයක් සිට  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය හැමවිටම Q (2, -3) ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්, P හි පථය  $3x - y - 3 = 0$  සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(46) (i) P නම් විචලන ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $S_1 = x^2 + y^2 - 16 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය හැමවිටම  $S_2 = x^2 + y^2 - 4 = 0$  වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. P හි පථය  $x^2 + y^2 - 64 = 0$  වෘත්තය වන බව පෙන්වන්න.

(ii)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$  වෘත්තයට P නම් විචලන ලක්ෂ්‍යයක් සිට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාමිතිය හැමවිටම  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$  වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි නම්, P හි පථය සොයන්න.

- (47) (i)  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$  වෘත්තය හා  $x + y - 1 = 0$  සරල රේඛාවේ ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින්,  $(-3, 0)$  ලක්ෂ්‍යය හරහාද යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 10 = 0$  වෘත්තයත්  $2x + y - 3 = 0$  සරල රේඛාවත් ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නාවූද,  $(2, -2)$  හරහා යන්නා වූද වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (48)  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 4 = 0$  වෘත්තය හා  $3x - 2y - 6 = 0$  රේඛාවේ ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින්, කේන්ද්‍රය  $x + y - 5 = 0$  රේඛාව මත පිහිටන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (49)  $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$  වෘත්තය හා  $y = 2x$  රේඛාවේ ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින්, අරය 5 වන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (50) (i)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$  සහ  $x - y + 2 = 0$  සරල රේඛාව A හා B හි දී ජේදනය කරයි. AB විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (ii)  $(x - a)(x - a + p) + (y - b)(y - b + q) = r^2$  වෘත්තය,  $x^2(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.
- (51)  $x^2 + y^2 + 29x + 2fy + c = 0$  වෘත්තයේත්,  $lx + my + n = 0$  රේඛාවේත් ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් මූල ලක්ෂ්‍යයේදී සාප්‍රකෝණයක් ආපාතනය කරන්නේ නම්,  $c(l^2 + m^2) = 2n(y_l + m_f - n)$  බව පෙන්වන්න.
- (52) (i)  $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 6 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 5x - 6y + 7 = 0$  වෘත්තයන්හි ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නාවූත්, ඒවායේ පොදු ජ්‍යාය විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇත්තාවූත්, වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (ii)  $S_1 = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  හා  $S_2 = x^2 + y^2 - 9 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්තවල ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින්  $(5/2, 5/2)$  හරහා ද යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (iii)  $S_1 = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$  හා  $S_2 = x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$  මගින් දැක්වෙන වෘත්තවල ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් අරය  $\sqrt{19}$  වූ වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.
- (53)  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 16 = 0$  හා  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 8 = 0$  වෘත්තවලත් ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (54)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 8 = 0$  වෘත්තවලට පොදු ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් පළමු වෘත්තය ප්‍රලම්බව කපන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
- (55) (i)  $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$  හා  $x^2 + y^2 - 6x - 3 = 0$  වෘත්ත දෙකේ පොදු ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 + 3x - 2y + 1 = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 2 = 0$  වෘත්ත දෙකේ ආමුල අක්ෂයේ සමීකරණය සොයන්න.